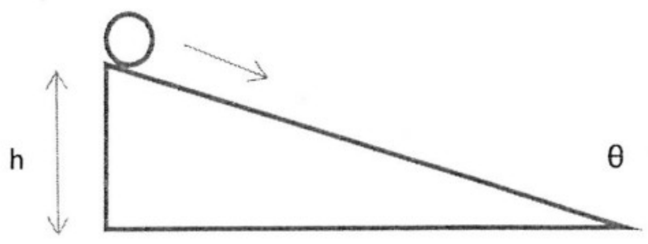
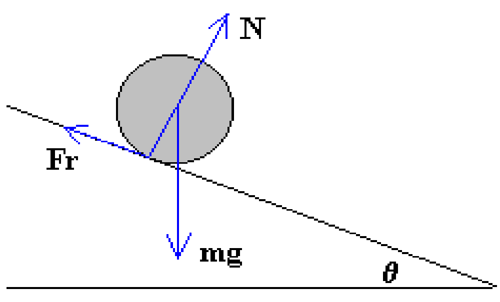
PROBLEMA 1.
Una esfera de radio 20 cm se encuentra situada en lo alto de un plano inclinado a una altura h de 1 m respecto del suelo. Se conoce el coeficiente de rozamiento cinético entre la esfera y el plano μ=0,2. El plano está articulado con una bisagra para permitir variar el ángulo de caída de la esfera. Si se abandona la esfera desde lo alto, se pide, (justificando con rigor cada respuesta con referencia a los correspondientes diagramas de fuerzas):
a. Justificar y calcular el ángulo crítico θ_c a partir del cual la esfera rueda y desliza. (puntuación máxima 4 puntos)
b. Justificar y calcular el valor del trabajo de la fuerza de rozamiento sobre el cuerpo si el ángulo es de 30º, al cabo de 1 m de recorrido sobre el plano (puntuación máxima 2 puntos)
c. Justificar y calcular el valor del trabajo de la fuerza de rozamiento sobre la esfera si el ángulo es de 60º, cuando ha recorrido 1 m sobre el plano. Justificar desde un punto de vista energético la diferencia de valores con el caso anterior. (puntuación máxima 2 puntos)
d. Justificar y calcular la energía cinética del cuerpo para el ángulo de 60º (puntuación máxima 2 puntos)



Referencias
Ver problema 2 de física de oposiciones Agregados de Física y Química, Junio 1990.
Movimiento de rodar en un plano inclinado, Ángel Franco
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/plano_inclinado/plano_inclinado.htm
Estrategias para resolver problemas de sólidos en rotación, jrodriguez@cervera.uned.es
http://www.unedcervera.com/c3900038/estrategias/estrategias_rotacion.html Problema R11

Se indica "coeficiente de rozamiento cinético": sin más información no podemos diferenciar entre coeficiente de rozamiento dinámico y estático planteamos un único coeficiente de rozamiento.
Existe un único coeficiente de fricción de rodamiento pero no lo podemos asociar a él.
Fisica Universitaria 12va. Edicion Sears, Zemansky Vol. 1, Sears, Zemansky; 5.3 Fuerzas de fricción, fricción cinética y estática, fricción de rodamiento
Sergio Fernández Aedo http://www.jfinternational.com/mf/fuerzas-friccion.html

a) Representamos las fuerzas en un diagrama, elegimos eje x en sentido de movimiento.
Aplicamos segunda ley de Newton a cada eje
Eje y: $N-P_y=0 \Rightarrow N=P_y=mg\cos\theta$
Eje x:
$P_x-F_{roz}=m a_x \Rightarrow \cancel{m} g\, sen\theta-\mu \cancel{m} g\cos\theta=\cancel{m} a_x$



Física con ordenador, Ángel Franco (c)

Al estar girando respecto un eje principal de inercia podemos plantear $M=I\alpha$ siendo I el momento de inercia, que para una esfera respecto a un eje que pasa

CC BY

por su centro es $I=\frac{2}{5}mR^2$

Al mismo tiempo podemos calcular el momento respecto al centro de la esfera, que en módulo es $M=R\,F_{roz}=R\mu\,mg\cos\theta$

Si aplicamos la condición de rodadura (no está deslizando) $a_x=\alpha R$

Combinando lo anterior

$$\cancel{g}\,sen\theta-\mu\,\cancel{g}\cos\theta=\frac{\cancel{R}\mu\cancel{m}\cancel{g}\cos\theta}{\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{R^2}}\cancel{R}\Rightarrow sen\theta-\mu\cos\theta=\frac{5}{2}\mu\cos\theta$$

$$sen\theta=\frac{7}{2}\mu\cos\theta\Rightarrow\tan\theta=\frac{7}{2}\mu\Rightarrow\theta=\arctan\left(\frac{7}{2}\mu\right)$$

Numéricamente $\theta=\arctan\left(\frac{7}{2}0{,}2\right)\approx35^o$

Para ángulos mayores deslizará, para ángulos menores rodará sin deslizar.

b) Como el ángulo es menor del calculado en a), rueda sin deslizar. La fuerza de rozamiento no realiza trabajo, solamente hace girar la esfera. (El punto sobre el que actúa la fuerza de rozamiento está en contacto con el suelo y tiene desplazamiento nulo)

Por lo tanto el trabajo de la fuerza de rozamiento en este caso es nulo. No se usa el dato de 1 m de distancia recorrida.

c) Como el ángulo es mayor del calculado en a), ya no rueda sin deslizar.

La fuerza de rozamiento es constante en todo momento, por lo que que

$$W=\int\vec{F}\,\vec{dx}=-F\Delta x=-\mu m g\cos\theta\Delta x$$

Sustituyendo valores numéricos (no son datos m ni g, los dejamos en función de ellos)

$$W=-0{,}2\,m\,g\cos60^o\,1=-0{,}1\,mg\,[W\,en\,J\,,m\,en\,kg\,,g\,en\,m/s^2]$$

En el apartado b la energía mecánica se conserva: a medida que va descendiendo la energía potencial pasa a energía cinética de traslación y energía cinética de rotación.

En el apartado c la energía mecánica no se conserva, parte de la energía se pierde: el trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo

d) Aplicamos que $\Delta E_m=W_{fuerzas\,no\,conservativas}$ expresión a la que se puede llegar combinando el teorema de las fuerzas vivas $\Delta E_c=W_{total}$ y la definición de energía potencial $\Delta E_p=-W_{fuerzas\,conservativas}$

Si llamamos A al punto superior, y B al punto inferior, que por trigonometría al descender 1 m por la rampa estará 1·sen(60º) más abajo, y tomamos referencia de energía potencial en el punto superior, podemos calcular la energía cinética total

$$\Delta E_m=E_m(B)-\cancel{E_m(A)}=E_p(B)+E_c(B)=mg(-1)sen(60^o)+E_c(B)=W_{fuerzas\,no\,conservativas}=-0{,}1\,mg$$

$$E_c(B)=-0{,}1mg+mg\,sen(60^o)=mg(sen60^o-0{,}1)\approx0{,}77\,mg\,[E_c\,en\,J\,,m\,en\,kg\,,g\,en\,m/s^2]$$

Comentarios:

-El dato del radio de la esfera no se usa

-El dato de la altura de la rampa no se usa